2 NUMERI INTERI

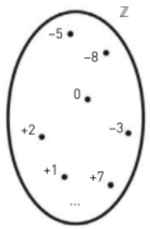
1. DEFINIZIONI

Esercizi a pagina 46

Two numbers that have the same magnitude, different from zero, preceded one by a + sign and one by a – sign, are **opposite numbers**.

Per ogni numero naturale diverso da zero, consideriamo due **numeri relativi**, ottenuti dal numero considerato facendolo precedere dal segno $+$ e dal segno $-$.

$1 \left\langle \begin{matrix}+1\\-1\end{matrix}\right. \quad 2 \left\langle \begin{matrix}+2\\-2\end{matrix}\right. \quad 3 \left\langle \begin{matrix}+3\\-3\end{matrix}\right. \quad 4 \left\langle \begin{matrix}+4\\-4\end{matrix}\right. \quad 5 \left\langle \begin{matrix}+5\\-5\end{matrix}\right. \quad \dots$



Chiamiamo **numeri interi** i numeri così ottenuti, uniti al numero zero, che non ha segno. Indichiamo con $\mathbb{Z}$ il loro insieme.

Un numero intero è **positivo** se ha segno $+$, **negativo** se ha segno $-$.
Indichiamo con $\mathbb{Z}^+$ l'insieme degli interi positivi, con $\mathbb{Z}^-$ quello degli interi negativi, con $\mathbb{Z}_0^+$ quello degli interi non negativi, cioè i positivi e zero.

Diciamo **opposti** i numeri con segno diverso ottenuti dallo stesso numero naturale.

▸ $+21$ e -21 sono opposti.

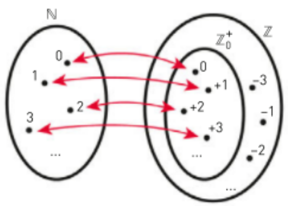
Due interi diversi da zero sono **concordi** se hanno lo stesso segno, **discordi** se hanno segno diverso.

discordi e opposti: -9 $+9$

discordi: -7 $+12$

concordi: $+8$ $+6$

Creiamo una corrispondenza che associ a ogni numero naturale uno e un solo numero intero non negativo e viceversa, cioè una corrispondenza biunivoca fra $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}_0^+$, facendo corrispondere 0 a 0, 1 a $+1$, 2 a $+2$, 3 a $+3$ e così via. Nell'insieme dei numeri interi, i due simboli, con e senza segno, indicano lo stesso numero.



▸ 12 indica sia il numero naturale 12, sia l'intero $+12$.

Chiamiamo **valore assoluto** o **modulo** di un numero intero:
- il numero stesso, se è positivo o è zero;
- l'opposto del numero, se è negativo.

Indichiamo il valore assoluto di a con $|a|$.
Di solito, scriviamo il risultato del valore assoluto senza segno $+$, servendoci della corrispondenza creata con i numeri naturali.

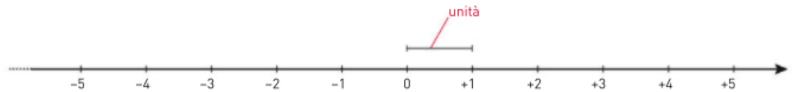
$$|a| = \begin{cases} a & \text{se } a \text{ positivo o zero} \\ -a & \text{se } a \text{ negativo} \end{cases}$$

▸ $|+5| = 5, \quad |0| = 0, \quad |-16| = 16.$

L'insieme $\mathbb{Z}$ è ordinato mediante la seguente relazione.

DEFINIZIONE	ESEMPIO	
Relazione d'ordine		
• 0 è maggiore di ogni intero negativo e minore di ogni intero positivo.	$0 > -5$	$0 < +9$
• Ogni intero negativo è minore di ogni intero positivo.	$-1 < +2$	
• Il *minore* di due interi *positivi* è quello con il valore assoluto *minore*.	$+3 < +7$	perché $3 < 7$
• Il *minore* di due interi *negativi* è quello con il valore assoluto *maggiore*.	$-8 < -6.$	perché $8 > 6$

È possibile rappresentare $\mathbb{Z}$ su una *retta orientata*:
- fissiamo l'origine, corrispondente a 0, e l'unità di misura;
- associamo $+1, +2, +3, \dots$ ai punti che distano dall'origine 1, 2, 3, … unità verso destra;
- associamo $-1, -2, -3, \dots$ ai punti che distano dall'origine 1, 2, 3, … unità verso sinistra.



L'insieme $\mathbb{Z}$ è un insieme:
- *discreto* perché fra due interi c'è un numero finito di interi;
- *infinito* perché ogni intero è seguito da un intero (il suo *successivo*) e preceduto da un intero (il suo *precedente*).

The set of integers is **discrete**, because between any two integers there is always a finite number of integers, and it is **infinite**, because every integer has a *successor* and a *precedent*.

ESERCIZI PER COMINCIARE

1 Scrivi tre numeri interi, uno positivo e due negativi, in modo che due di essi siano opposti. Per ognuno, scrivi il precedente e il successivo. Indica se fra i numeri ottenuti ci sono numeri opposti.

2 ANIMAZIONE Ordina e rappresenta sulla retta orientata:
$-2; \quad +4; \quad -5; \quad +7; \quad +3; \quad -6.$

3 Scrivi tutti i numeri interi a che hanno valore assoluto minore o uguale a 3, ossia:
$|a| \leq 3.$

4 Scrivi, se esistono, i numeri interi che sono *contemporaneamente*:
- **a.** maggiori di -2 e minori di $+4$;
- **b.** maggiori di -7 e minori di -3;
- **c.** maggiori di $|-7|$ e minori di -3;
- **d.** maggiori di -1 e minori di $|-5|$;
- **e.** maggiori di $+1$ e minori di $|-2|$.

2. ADDIZIONE E SOTTRAZIONE

The **sum** of two integers with the *same* sign is an integer with absolute value that is the sum of the addends' absolute values, and their same sign.

DEFINIZIONI E PROPRIETÀ

Esercizi a pagina 48

Addizione

DEFINIZIONE

La **somma di due interi concordi** è un intero che ha:

- *segno* uguale a quello degli addendi;
- *valore assoluto* uguale alla somma dei valori assoluti dei due numeri.

ESEMPIO

3+5

$(-3)+(-5)=-8$

9+12

$(+9)+(+12)=+21$

The **sum** of two integers with *different* signs is an integer with absolute value that is the difference of the addends' absolute values (the larger minus the smaller), and the sign of the addend whose absolute value is larger.

DEFINIZIONE

La **somma di due interi discordi** è un intero che ha:

- *segno* uguale a quello dell'addendo con valore assoluto maggiore;
- *valore assoluto* uguale alla differenza tra il valore assoluto maggiore e quello minore.

ESEMPIO

7−3

$(-7)+(+3)=-4$

perché 7 > 3

9−4

$(-4)+(+9)=+5$

perché 9 > 4

Possiamo scrivere le addizioni sottintendendo le parentesi e il segno +.

- $(-8)+(-6)=-8-6=-14$; $\quad(-15)+(+7)=-15+7=-8$.

In $\mathbb{Z}$ l'operazione di addizione è *interna*: la somma di due numeri interi è sempre un numero intero. Inoltre:

- esiste l'*elemento neutro*, che è lo *zero*;
- valgono le proprietà *commutativa* e *associativa*.

La somma di un numero intero e del suo opposto è zero, cioè l'elemento neutro. Questa proprietà si indica anche dicendo che *per ogni intero esiste il simmetrico*.

un numero — il suo opposto

$a+(-a)=0$

$\forall\, a \in \mathbb{Z}$

- $(+7)+(-7)=0$

The **difference** of two integers is the sum of the first plus the opposite of the second.

Sottrazione

DEFINIZIONE

La **differenza di due interi** è la somma del minuendo con l'opposto del sottraendo:

$$a-b=a+(-b).$$

ESEMPIO

$(-12)-(-3)=(-12)+(+3)=-9$

$(+9)-(+4)=(+9)+(-4)=+5$

La definizione dice che le sottrazioni si trasformano in addizioni. Per un calcolo più rapido, eliminiamo le parentesi e cambiamo il segno del sottraendo.

- $(-5)-(+8)=-5-8=-13$; $\quad(+3)-(-7)=+3+7=+10$.

Poiché la sottrazione si trasforma in addizione, in $\mathbb{Z}$ possiamo considerare addizione e sottrazione come una stessa operazione, l'**addizione algebrica**, e chiamare **somma algebrica** il suo risultato.

In $\mathbb{Z}$ *l'operazione di sottrazione è interna*, mentre non lo è in $\mathbb{N}$: infatti, le sottrazioni che non sono possibili in $\mathbb{N}$ hanno invece sempre risultato in $\mathbb{Z}$.

- $8-14=(+8)-(+14)=(+8)+(-14)=-6$.

In $\mathbb{Z}$ la sottrazione gode della *proprietà invariantiva*, come in $\mathbb{N}$.

ESPRESSIONI

Esercizi a pagina 52

Esaminiamo con un esempio come procedere per semplificare un'espressione con addizioni e sottrazioni tra interi.

ESEMPIO

$5-\{3-[4+(-2-7)]\}+[8-(5-9)]-(-7)=$ eliminiamo le parentesi tonde svolgendo i calcoli relativi

$5-\{3-[4-9]\}+[8+4]+7=$ eliminiamo le parentesi quadre

$5-\{3+5\}+12+7=$ eliminiamo le parentesi graffe

$5-8+12+7=$ sommiamo algebricamente

$+16$

ESERCIZI PER COMINCIARE

1 COMPLETA le seguenti addizioni algebriche:

a. $(-3)+(-4)=\square$; **d.** $(\square)+(-2)=+3$; **g.** $(-6)-(-1)=\square$;

b. $(+4)+(\square)=0$; **e.** $(\square)-(+8)=-3$; **h.** $(-6)-(\square)=-6$;

c. $(-12)-(\square)=-24$; **f.** $(-4)-(\square)=+9$; **i.** $(\square)-(-15)=0$.

2 COMPLETA

a	b	c	$a-b+c$	$a-(b+c)$	$c-(b-a)$	$c+(a-b)$
−2	+3	−10				
−1	0			+2		
+4	−3		+9			
−6		−1			+5	
	−2	+5				+7

3 ANIMAZIONE Semplifica la seguente espressione:

$$28-(-15)-\{-(+2-6)-[-12-(-19+13)-4]+54\}-(-47+25-8).$$

3. MOLTIPLICAZIONE E DIVISIONE

DEFINIZIONI E PROPRIETÀ

Esercizi a pagina 53

The **product** of two integers is an integer that is *positive* if the factors have the same sign and *negative* if the factors have different signs. Its absolute value is equal to the product of the absolute values of the factors.

Moltiplicazione

DEFINIZIONE

Il **prodotto di due interi** è un intero che ha:

- *segno* positivo se i fattori sono concordi, segno negativo se sono discordi;
- *valore assoluto* uguale al prodotto dei valori assoluti dei fattori.

ESEMPIO

$\overbrace{(-3)\cdot(-5)}^{3\cdot 5} = +15$ concordi

$\overbrace{(-7)\cdot(+2)}^{7\cdot 2} = -14$ discordi

La **regola dei segni** della definizione si può esprimere anche mediante una tabella a doppia entrata. Usiamo la regola dei segni in qualche esempio.

REGOLA DEI SEGNI

·	−	+
−	+	−
+	−	+

- $\underbrace{(+2)\cdot(+5)}_{+\cdot+=+} = +10$; $\quad \underbrace{(+4)\cdot(-1)}_{+\cdot-=-} = -4$; $\quad \underbrace{(-7)\cdot(-8)}_{-\cdot-=+} = +56$

Il segno di moltiplicazione · può essere sottinteso.

- $(-6)\cdot(-8) = (-6)(-8) = +48$

In $\mathbb{Z}$ l'operazione di moltiplicazione è *interna*. Inoltre:

- esistono l'*elemento neutro*, che è $+1$, e l'*elemento assorbente*, che è 0;
- valgono le *proprietà commutativa* e *associativa* e la *proprietà distributiva* rispetto all'addizione e alla sottrazione, e vale la legge di annullamento del prodotto.

0 è elemento assorbente

$0\cdot(-5) = (-5)\cdot 0 = 0$

legge di annullamento del prodotto

$a\cdot b = 0$ se e solo se $a = 0$ o $b = 0$

Nel *prodotto di più fattori* il segno è:

- *positivo* se il numero di fattori negativi è pari;
- *negativo* se il numero di fattori negativi è dispari.

Questo perché possiamo raggruppare a coppie i fattori negativi e ogni coppia fornisce un segno +.

- 4 fattori negativi: $\underbrace{(-1)(-2)}_{-\cdot-=+}(+3)\underbrace{(-2)(-1)}_{-\cdot-=+} = +12 \;\rightarrow$ prodotto positivo (pari)

- 5 fattori negativi: $\underbrace{(-1)(-2)}_{-\cdot-=+}(-3)\underbrace{(-2)(-1)}_{-\cdot-=+} = -12 \;\rightarrow$ prodotto negativo (dispari)

Moltiplicando un numero intero qualsiasi, diverso da zero, per -1, otteniamo il suo opposto.

un numero

$a\cdot(-1) = -a$

il suo opposto

- $(+13)(-1) = -13$; $\quad (-6)(-1) = +6$.

Un segno $-$ davanti a una parentesi può essere considerato come la moltiplicazione per -1. Possiamo allora eliminare le parentesi cambiando il segno degli addendi che esse contengono.

- $-(+3-5+7) = (-1)\cdot(+3-5+7) = -3+5-7 = -5$

proprietà distributiva

The **quotient** of two integers, when it exists, is an integer with a *positive* sign if the terms have the same sign or with a *negative* sign if the terms have different signs. Its absolute value is equal to the quotient of the absolute values of the terms.

Divisione

DEFINIZIONE

Il **quoziente di due interi**, con il divisore diverso da 0, se esiste, è un intero che ha:

- *segno* positivo se divisore e dividendo sono concordi, segno negativo se sono discordi;
- *valore assoluto* uguale al quoziente dei valori assoluti del dividendo e del divisore.

ESEMPIO

$\overbrace{(-21):(-3)}^{21:3} = +7$ concordi

$\overbrace{(-48):(+6)}^{48:6} = -8$ discordi

In $\mathbb{Z}$ l'operazione di divisione *non è interna*.

- $(+5):(-3)$ non ha risultato in $\mathbb{Z}$, perché 5 non è multiplo di 3.

Anche in $\mathbb{Z}$ la divisione gode delle *proprietà invariantiva* e *distributiva* a destra.

ESPRESSIONI

Esercizi a pagina 54

Esaminiamo un esempio di semplificazione di un'espressione con moltiplicazioni e divisioni tra interi.

ESEMPIO

$(+3)\cdot\{(+2)\cdot[(-24):(-6)-(+72):(-9)]\}-[(-5)\cdot(-6)-(+3)\cdot(-4)] =$ — moltiplicazioni e divisioni nelle parentesi quadre

$(+3)\cdot\{(+2)\cdot[+4-(-8)]\}-[+30-(-12)] =$ — sottrazioni nelle parentesi quadre

$(+3)\cdot\{(+2)\cdot(+12)\}-(+42) =$ — moltiplicazione nelle parentesi graffe

$(+3)\cdot(+24)-(+42) =$ — moltiplicazione

$(+72)-(+42) = +30$

ESERCIZI PER COMINCIARE

1 COMPLETA le seguenti moltiplicazioni e divisioni:

a. $(-5)\cdot(-8) = \square$; **b.** $(\square)\cdot(+9) = -63$; **c.** $(-26):(-13) = \square$; **d.** $(\square)\cdot(-7) = 0$;
e. $(\square)\cdot(-3) = -9$; **f.** $(+72):(\square) = +24$; **g.** $(\square):(-5) = +1$; **h.** $(-7):(\square) = -1$; **i.** $(\square):(-3) = 0$.

2 VIDEO **Moltiplicazione e divisione di numeri interi** Dopo aver guardato il video che ti proponiamo, spiega, con tuoi esempi, perché nel prodotto e nel quoziente di interi il segno deve essere definito con la regola data. In particolare, spiega perché $-\cdot- = +$.

3 ANIMAZIONE Semplifica la seguente espressione:

$[(-1)\cdot(+6)\cdot(-14)+(-11)\cdot(+4)]:[(+12):(-3)]-[(-4)\cdot(-36)-24]:(-15)$.

4. POTENZA

The **power** of an integer is an integer whose sign is negative only if the base is a negative integer and the exponent is odd, and whose absolute value is the value of the power with the same exponent and base the integer's absolute value.

DEFINIZIONE E PROPRIETÀ

Esercizi a pagina 56

DEFINIZIONE

La **potenza di un intero** è un intero che ha:
- *segno* negativo solo se la base è negativa e l'esponente è dispari;
- *valore assoluto* uguale alla potenza con stesso esponente del valore assoluto della base.

ESEMPIO

$(-5)^3 = -5^3 = -125$ esponente dispari

$(-7)^2 = +7^2 = +49$ esponente pari

$(+2)^5 = +2^5 = +32$ segno positivo

Dalle definizioni date in $\mathbb{N}$ e dalla definizione precedente deriva che:
- $a^0 = +1$, con $a \neq 0$;
- 0^0 non è definita;
- $a^1 = a$.

La definizione è stata data in modo che, nel caso di esponente maggiore di 1, anche in $\mathbb{Z}$ la potenza possa essere considerata una *moltiplicazione ripetuta* di fattori uguali alla base.

▸ 5 fattori: $(-2)^5 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = -2^5 = -32$ dispari $-\cdot- = +$ $-\cdot- = +$

4 fattori: $(-2)^4 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = +2^4 = +16$ pari $-\cdot- = +$ $-\cdot- = +$

proprietà delle potenze

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$ con $m \geq n$, $a \neq 0$
3. $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$
4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
5. $a^n : b^n = (a : b)^n$ con $b \neq 0$ e $|a|$ multiplo di $|b|$

PROPRIETÀ DELLE POTENZE

Esercizi a pagina 58

In $\mathbb{Z}$, come in $\mathbb{N}$, valgono le cinque *proprietà delle potenze*.
Semplifichiamo un'espressione applicando le proprietà delle potenze.

ESEMPIO

$(-6)^3\cdot(-6)^2 : (-3)^5 + (+2)^8 : (+2)^6 \cdot 3^2 - (2^2)^3 =$ ⟩ 1ª, 2ª e 3ª proprietà delle potenze

$(-6)^5 : (-3)^5 + (+2)^2 \cdot 3^2 - 2^6 =$ ⟩ 4ª e 5ª proprietà delle potenze

$(+2)^5 + (+6)^2 - 2^6 =$ ⟩ definizione di potenza

$+32 + 36 - 64 =$

$+4$

ESPRESSIONI CON LE POTENZE

Esercizi a pagina 59

Semplifichiamo un'espressione con tutte le operazioni tra interi.

ESEMPIO

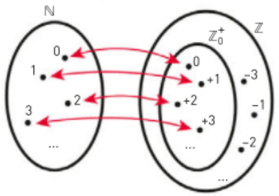
$(-4)^1\cdot(-2)^3 - (+18):(-3)^2 + (-5)^4 : (-7)^0 - (+3)^4 \cdot (-2)^2 =$ ⟩ potenze

$(-4)\cdot(-8) - (+18):(+9) + (+625):1 - (+81)\cdot(+4) =$ ⟩ moltiplicazioni e divisioni

$+32 - 2 + 625 - 324 =$ ⟩ addizioni algebriche

$+331$

$\mathbb{Z}$ È UN AMPLIAMENTO DI $\mathbb{N}$



Riassumiamo alcune proprietà viste nei paragrafi precedenti.
- Fra $\mathbb{Z}_0^+$ e $\mathbb{N}$ c'è una corrispondenza biunivoca.
- I numeri in corrispondenza sono ordinati allo stesso modo e le operazioni in $\mathbb{Z}$ sono state definite in modo da «conservare» i risultati ottenuti in $\mathbb{N}$.

▸ $5 > 3$ $\quad 6 + 2 = 8 \quad 4 \cdot 7 = 28$

$\updownarrow$

$+5 > +3 \quad (+6) + (+2) = +8 \quad (+4)\cdot(+7) = +28$

i risultati in $\mathbb{N}$ conservano la loro validità se consideriamo i corrispondenti in $\mathbb{Z}_0^+$

- Le proprietà delle operazioni valide in $\mathbb{N}$ restano valide in $\mathbb{Z}$.
- Rispetto a $\mathbb{N}$, in $\mathbb{Z}$ c'è un'operazione in più che è interna: la sottrazione.

▸ $3 - 5$ non ha risultato in $\mathbb{N}$;

$(+3) - (+5) = -2$ ha risultato in $\mathbb{Z}$.

I punti precedenti si riassumono dicendo che **$\mathbb{Z}$ è un ampliamento di $\mathbb{N}$**.

ESERCIZI PER COMINCIARE

1 COMPLETA quando possibile le seguenti potenze. A volte le soluzioni sono due.

a. $(-3)^3 = \square$; **c.** $(\square)^4 = +16$; **e.** $(+4-12+33)^0 = \square$; **g.** $(-2+6-4)^0 = \square$;

b. $(\square)^1 = +7$; **d.** $(-2)^6 = (\square)$; **f.** $(\square)^5 = +1$; **h.** $(-1-2+2+1)^0 = \square$.

2 VIDEO **Potenze di numeri interi** Dopo aver guardato il video, spiega il perché della regola del segno data nella definizione di potenza con esempi tuoi.

Semplifica le seguenti espressioni.

3 ANIMAZIONE $\{(-5)^3 - (-3)^2 \cdot [(4-6)\cdot(-3-8) - (-5)\cdot(-4)\cdot(+2) - (-2)^3 + 3] + (-2)\cdot 13\} : (-2)^2$

4 ANIMAZIONE $(-2)^3 - (-2)^3 \cdot (-2)^4 : (-2)^5 - [(+2)^4 \cdot (-2)^7]^3 : [-(-2^6)]^5$

5 ANIMAZIONE $[-(-9)^2 \cdot (-27)^2 \cdot (-81)^3] : \{[(-3)^4]^2 \cdot [(-135)^7 : (+15)^7]\}$

Svolgere sul quaderno i seguenti esercizi:

Semplifica le seguenti espressioni:

70 $+18-(24+7)+[(-12)+(-5)]+41-(-8)$ [+19]

71 $[2-(-3)-(+1)]-[51-62-(-7)]+[1-35-(-15)+8-(-3)]$ [0]

72 $+5-3-\{2-[15+(-3)-(-7)+1]-(37-13)-(12-50)\}$ [+6]

73 $\{25-[18-(-4)]+37-[11+(-2)]\}-17+4-(-5)$ [+23]

74 $-(-56)+12-\{-(3-9)-[-6-(18-25)-9]+33\}-(72-85-3)$ [+37]

CHECKER **Semplifica le seguenti espressioni con le quattro operazioni.**

103 $(-8)\cdot 2+[13+1-6\cdot(7-3)]:(-5)+(-7)\cdot(-2)$ [0]

104 $7\cdot 8-(-7)\cdot(-9)+[(2+12):7]:2+6\cdot 7-5\cdot 6$ [6]

105 $(6-2\cdot 2)(21-3\cdot 6)\cdot[8\cdot(2+4)-6\cdot(3+3)]$ [72]

106 $64:(8\cdot 9-7\cdot 8)+(42-9\cdot 4)\cdot 2-21:3$ [9]

107 $[(-21):(-7)](-3)+[(+2)(-5)(+4)]:(-10)$ [−5]

108 $[(+30)(-2)(-3)+(+4)(-5)]:[(+5)(-8)]$ [−4]

Calcola le seguenti potenze.

136 $(-3)^3$; $(+2)^5$; $(-4)^2$; $(+2)^6$; $(-5)^1$.

137 $(-1)^{17}$; -1^{17}; $-(-1)^{17}$; $-(-2)^3$; -2^3.

138 $(-5)^2$; $(-2)^4$; $(-2)^7$; $-(-3)^2$; $(-7)^1$.

CHECKER **Semplifica le seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze.**

152 $[(-5)^2]^3 : [(-5)^3 : (-5)^2]^4$; $\quad (-6)^4 : (-6)^2 : (+3)^2$; $\quad (-3)^4 \cdot (-3)^3 : (-3)^6$.

153 $(-5)^2 \cdot (-5)^0 \cdot (-5)^3 : (-5)^4$; $\quad [(+4)^4 \cdot (-3)^4]^2 : (-2)^8$; $\quad [(-7^4)^3 : (-7)^5] : [(-7)^7 : (-7)^2]$.

154 $(3)^{15} : (3)^6 : (3)^3$; $\quad (-5)^2 \cdot (-5)^4 : (5)^6$; $\quad (12)^6 : (4)^6$.

155 $(7)^3 \cdot (7)^3 : (7)^2$; $\quad (64)^3 : (-16)^3$; $\quad (6)^6 \cdot (-6)^{12} : (6)^{10}$.

CHECKER Semplifica le seguenti espressioni di riepilogo applicando le proprietà delle potenze quando è possibile.

181 $(-2)^3 \cdot (2+3) + 3^2 \cdot 2^3 - 6^2 + (3+4) \cdot 2^2$ [24]

182 $(4)^2 - (-5)^2 + (6+7) \cdot 2^0 - (8+3) \cdot 2^2 - 2^5$ [−72]

183 $[3 + (6-5)^6 + (7 \cdot 3) \cdot (-5)^0 + 7] : 2^5$ [1]

184 $2^4 - 3^2 + [(-2 \cdot 3 \cdot 4 + 4^2) : (-2)^3 + 2^3] : (-3)^2 + (-8)^0$ [9]

185 $(3^3 - 5 \cdot 2^2) \cdot [(5^3 - 10^2) : 5 - (2^3 - 7) \cdot (-2)^0] : (2^3 \cdot 2 - 3^1 \cdot 5)$ [28]

186 $(-3^3 : 3^2 - 10^2 : 5^2) \cdot (-7)^2 : (6 \cdot 7 + 7)$ [−7]

187 $[5^0 \cdot 5^2 - (-2^2)^3 + (-5)^0] : (-9^2 : 9)$ [−10]

188 $(3^2)^5 : (3^4)^2 - [8^4 : 8^2 - 8^2] : (4^3 : 4^2)$ [9]